Задача 10.1

⩽ 3 б. При разборе случаев, каким может быть второй по величине главный делитель, хотя бы один из случаев рассмотрен неверно.

⩽ 1 б. В работе считается, что оба главных делителя — это исходное число, поделенное на какие-то из своих простых делителей.

⩽ 2 б. В работе считается, что либо главные делители — это исходное число, поделенное на какие-то из своих простых делителей, либо само исходное число — степень простого числа.

Задача 10.2

Следующее продвижение не оценивается:

0 б. Задача сведена к равенству треугольников ABQ и ACP или углов ABQ и ACP.

Баллы за частичные продвижения, не суммируются:

1 б. Построена точка A' — симметрия точки A относительно серединного перпендикуляра к BC (DE).

1 б. Для точек K и L пересечения окружности (ADE) с отрезками BQ и AC соответсвенно доказано, что $BK = CL$.

За ошибки в решениях снижаются баллы по *одному* из следующих критериев:

−2 б. Решение использует точку O — центр окружности (ADE), и ведется подсчет углов, корректность которого зависит от расположения точки O. Не разобран или разобран неверно случай, когда O лежит внутри одного из углов ABC или ACB, но вне треугольника ABC.

−2 б. Решение использует точку O — центр окружности (ADE), и рассматривается поворот с центром в точке O. Не доказано или доказано неверно расположение образов части точек конструкции.

За отсутствие рассмотрения случаев расположения точки O вне области, образованной объединением углов ABC и ACB, баллы не снижаются.

−2 б. Решение использует утверждение: если во вписанном четырехугольнике диагонали равны, то он равнобокая трапеция. При этом не рассмотрен один из возможных случаев параллельности противоположных сторон.

Следующие рассуждения оцениваются частичными баллами:

⩽ 3 б. В работе рассматривается расположение точек P и Q вне меньшей дуги DE, и рассуждение ведется для такого случая, а не для описанного в задаче.

Задача 10.3

Следующие три продвижения не оцениваются:

0 б. Выражение операций из условия в других переменных.

0 б. Вычисление композиции пар основных операций, устранение сокращающихся пар из последовательности операций.

0 б. Доказательство того, что вместе с парой (a, b) можно получить пару $(a, -b)$.

Частичные продвижения, не суммируются:

1 б. Вычисление k-й степени первой операции.

3 б. Введение в рассмотрение выражения $b^2 - 4a$.

3 б. Рассмотрение трёхчленов $t^2 + bt + a$ для написанных на доске пар (a, b) и доказательство их положительности только при целых t, в котором условие целочисленности легко устранить.

Технические ошибки, за которые снимаются баллы:

−1 б. Деление на выражение, которое может быть 0, без разбора случая, когда оно равно 0, в ситуации, когда этот случай легко поддаётся разбору.

−1 б. Некорректное извлечение квадратного корня из неравенства в ситуации, когда достаточно исходного неравенства.

Задача 10.4

Баллы за оценку суммируются с баллами за пример.

[3 б.] Оценка, баллы суммируются:

+1 б. (U1) Оценка $\leqslant 2n - 3$.

+2 б. (U2) Оценка $\leqslant 2n - 4$ для чётных n.

Из этих 2 баллов ставится 1 в следующем случае:

+1 б. (U2a) Доказательство того, что при чётном n из каждой вершины выходит ребро с числом 1.

[4 б.] Пример, баллы суммируются:

+1 б. (L0) Формулировка и доказательство леммы о том, что в подграфе на $2m$ вершинах можно добиться, чтобы из каждой вершины выходили ребра с числами 1, 2, …, $2m - 1$.
Либо формулировка и доказательство леммы о разбиении полного графа на $2m$ вершинах на $2m - 1$ паросочетание.
(Лемма может использоваться при построении примера; так что если пример для всех чётных или для всех нечётных n построен без использования леммы или аналогичного утверждения, этот балл тоже засчитывается.)

+1 б. (L1) Пример на $2n - 3$, работающий для всех нечётных n, построенный на основе верной формулировки леммы (возможно, недоказанной).

+2 б. (L2) Пример на $2n - 4$, работающий для всех чётных n, построенный на основе верной формулировки леммы (возможно, недоказанной).

Частичные примеры, не суммируются с др. баллами за пример:

1 б. (L1a) Пример для беск. мн-ва нечётных n (например, $n = 2^k + 1$).

2 б. (L2a) Пример для беск. мн-ва чётных и для беск. мн-ва нечётных n (например, $n = 2^k + 1$, $n = 2^k + 2$).

Задача 10.5

0 б. В работе отсутствует верный пример.

Задача 10.6

Обозначим #(0…011), т. е. количество фрагментов, на которых написана n-символьная последовательность 0…011, за m.

Частичные продвижения, не суммируются:

2 б. Задача решена в предположении $m = 0$.

2 б. Доказано неравенство $\#(0\ldots010) \geqslant M - m$.

Задача 10.7

Ошибки в верном в целом решении, за которые снимаются баллы:

−1 б. Используется, что прямые AE и CF пересекаются, но это не обосновано, т. е. случай параллельности не рассмотрен.

Задача 10.8

Следующее продвижение не оценивается:

0 б. Удаление нулей на конце числа.

Частичные продвижения, не суммируются:

1 б. Доказательство того, что из правой половины числа можно вычеркнуть не более одной цифры.

2 б. Разбор случая N, взаимно простого с 10.

3 б. Разбор случая N, не кратного 5.