Критерии оценивания работ 9 класса

1 задача

- Решение опирается на то, что главные делители числа n равны n/p_1 и n/p_2, где p_1 и p_2 — простые числа; в этом предположении задача решена верно: 1 *балл.*
- Решение состоит в разборе трёх или четырёх случаев (a/p, a/q и a/p, a/p^2 комбинируются с b/r, b/s и b/r, b/r^2), которые явно выделены в тексте; один случай рассмотрен неверно, а остальные верно: 4 *балла.*
- Решение состоит в разборе двух или трёх относительно равноценных по сложности случаев, которые явно выделены в тексте, и не подпадают под предыдущий критерий; один случай рассмотрен неверно, а остальные верно: *до* 3 *баллов.*

  Например: пусть минимальные простые множители входят в канонические разложения данных чисел в степенях x и y, и рассматриваются случаи; $x = 1$, $y = 1$; $x > 1$, $y > 1$; $x = 1$, $y > 1$; $x > 1$, $y = 1$.
- Ошибки или существенные пробелы в обосновании верных фактов о делимости: *снимается* 1 *балл.*

2 задача

- Переформулировки условия со ссылками на известные теоремы, но без содержательных продвижений — 0 *баллов.*
- Угадан верный ответ без его обоснования — 0 *баллов.*
- Найдены две пары параллельных прямых, образующих параллелограмм, без дальнейших продвижений — 0 *баллов.*
- Двоякое (или неясное) определение точки M (см. решение 1), без доказательства равносильности определений, при наличии всех верных этапов решения в остальном — 4 *балла.*
- Ошибка в окончательном подсчёте отношения при верной последовательности шагов решения — *снимается* 1 *балл.*
- Верное счётное решение, в котором пропущено обоснование корректности деления — *снимается* 1 *балл.*

3 задача

- Рассуждения, связанные с рассмотрением степеней вхождения 2 и 3 в числа последовательности — 0 *баллов.*
- Рассмотрены частные случаи (например, когда все числа в 2 раза меньше предыдущих) — 0 *баллов.*

4 задача

(×) Только ответ — 0 *баллов.*
Использование в примере кусков нулевой площади *не приводит к снятию баллов.*

Общие принципы. Решение состоит из двух частей: «Пример» (то есть доказательство того, что $k \leqslant 12$) и «Оценка» (доказательство того, что $k \geqslant 12$). Пример оценивается *из* 3 *баллов*, оценка — *из* 4 *баллов*; баллы за эти две части складываются.

Если в работе доказывается **неточное** неравенство — например, $k \leqslant 13$ в примере или $k \geqslant 11$ в оценке, за соответствующую часть ставится *не более* 1 *балла.*

Пример ($k \leqslant 12$, *из* 3 *баллов*).
(П1) Приведён пример, в котором нельзя выдать квадраты более, чем 12 детям (возможно, с указанием вида «из этих 15 квадратов не удастся вырезать более 9») — 1 *балл.*
(П2) Полное обоснование того, что пример работает — +2 *балла.*

(П3) Полное доказательство отсутствует, но чётко указана верная идея такого обоснования — $+1$ *балл вместо* $+2$. Примеры применения этого критерия см. ниже в разделе [П$*$].

(П0) Если приведённый пример доказывает **неточное** неравенство ($k \leqslant 13$ или хуже), 1 *балл* можно получить **только** в случае, если этот пример полностью обоснован, **и при этом** это обоснование содержит идеи, работающие в общем случае. Примеры применения этого критерия см. ниже в разделе [П$**$].

Оценка ($k \geqslant 12$**, *из* 4 *баллов*).** При доказательстве **неточной** оценки ($k \geqslant 11$ или хуже), или при доказательстве точной оценки, но с неверной конструкцией, за оценку ставится *не более* 1 *балла.*

(О1) Приведена верная конструкция без обоснования, что она работает (либо с неверным обоснованием) — 1 *балл.*

(О2) В верной оценке не доказываются несложные, но неочевидные неравенства — *снимается* 1 *балл.* Примеры применения этого критерия см. ниже в разделе [О$*$].

(О0) При отсутствии верной конструкции выписываются неравенства, полезные при доказательстве верной конструкции — 1 *балл.* Примеры применения этого критерия см. ниже в разделе [О$**$].

[П$*$]: примеры применения критерия (П3).

Балл *добавляется* за следующие продвижения:

• Высказано соображение, что каждая прямая, параллельная сторонам квадрата, пересекает не более трёх «больших» квадратов.

• Доказательство сведено к факту «Из 10 равных отрезков на прямой найдутся либо 4 попарно непересекающихся, либо 4 имеющих общую точку».

Если не сказано, как из этих соображений выводить доказательство, третьего балла за пример не добавляется.

Балл *не добавляется* за следующее продвижение:

• На сторону влезет не более трёх больших квадратов.

[П$**$]: примеры применения критерия (П0).

Балл *добавляется* в случае полного доказательства и использованием следующих аргументов (или их аналогов для большего числа квадратов).

• Два квадрата со сторонами $> \frac{1}{2}$ не влезут, **так как** они оба содержат внутри центр торта;

• Два квадрата со сторонами $> \frac{1}{2}$ не влезут, **так как** средняя линия торта пересекает оба, и эти пересечения перекроются.

Балл *не добавляется* в случае доказательства и с использованием следующих аргументов (или аналогичных им):

• Два квадрата со сторонами $> \frac{1}{2}$ не влезут, **так как** их проекции на каждую сторону пересекаются, и потому у квадратов есть общая внутренняя точка.

• Если все квадраты равны, то 17 таких квадратов не влезут, **так как** сумма длин их проекций на сторону больше 4, и потому какая-то вертикальная прямая пересечёт пять из них.

• Если все квадраты равны, то 17 таких квадратов не влезут, **так как** каждая горизонтальная прямая пересекает не более 4 из них, и потому суммарная занятая площадь не превосходит $\frac{4}{\sqrt{18}} < \frac{17}{18}$.

Естественно, приведённые выше факты, заявленные без доказательства, также оцениваются в 0 *баллов.*

В дальнейшем тексте через $a_1 \geqslant \ldots \geqslant a_{18}$ обозначены стороны запрошенных кусков.

[О$*$]: примеры применения критерия (О2).

Балл *снимается* за отсутствие доказательства неравенства $4(a_7^2 + a_{10}^2 + a_{13}^2 + a_{16}^2) \leqslant a_1^2 + \cdots + a_{16}^2$.

Балл *не снимается* за отсутствие доказательства неравенства $3(a_7^2 + a_8^2 + a_9^2) \leqslant a_1^2 + \cdots + a_9^2$.

[О$**$]: примеры применения критерия (О0).

Балл *добавляется* за доказательство одного (или нескольких) из следующих неравенств (или аналогичных им):

$$a_7 + a_8 + a_9 \leqslant 1; \quad a_8 + a_9 + a_{10} \leqslant 1; \quad a_7 + a_{10} + a_{13} + a_{16} \leqslant 1.$$

Балл *не добавляется* за доказательство одного (или нескольких) из следующих неравенств (возможно, с последующим построением неточных примеров на основе этих неравенств):

$$a_{15} + a_{16} + a_{17} + a_{18} \leqslant 1; \quad a_9 + a_{10} + a_{11} \leqslant 1; \quad a_3 + a_4 \leqslant 1; \quad a_9 \leqslant 1/3; \quad a_k \leqslant 1/\sqrt{k}.$$

5 задача

Критериев нет.

6 задача

- В правильном решении забыт или неверно рассмотрен случай $c \geqslant 2$ — *снимался* 1 *балл.*
- За пример для $a = 1000 \cdot 1001$ — *ставилось* 2 *балла*, за отсутствие примера *снималось* 2 *балла.*
- За верное доказательство неравенства $-b \geqslant 2001$ (неравенство должно явно присутствовать в тексте работы) — *ставилось* 2 *балла.*
- Неравенства $-b > 2000$, $b^2 \geqslant 4\,000\,004$ и т. п. не оценивались.
- Если в решении был и пример и доказанное неравенство $-b \geqslant 2001$, то вместе за это продвижение *ставилось* 3 *балла.*
- Любые рассмотрения рациональных корней трехчлена, основанные на соображениях, связанных с делимостью, оценивались в 0 *баллов.*

7 задача

Критическим множеством вершин здесь называется множество из k вершин с $5k + 10$ ребрами между ними.

- Доказано, в форме леммы или иным способом, что пересечение **или** объединение двух критических множеств тоже является критическим: 2 *балла.*
- Во в целом верном решении не доказано, что существует требуемая пара вершин, ещё не соединённая ребром (но существование такой пары легко доказывается): *снимается* 1 *балл.*

  Этот балл также снимается, если в этом доказательстве присутствует грубая ошибка, например, при подсчёте числа уже проведённых рёбер неверно (дважды) учитываются рёбра между вершинами вне максимального критического множества.
- В решении выбирается пара не соединённых вершин, которой на самом деле **может** не существовать: *не более* 4 *баллов.*
- Если в работе доказана лемма о пересечении и объединении двух критических множеств и на её основе установлено существование критического множества, содержащего **все** критические множества: 3 *балла.*
- В работе лемма об объединении доказана неверно, но из неё выводится полное решение: 3 *балла.*
- Делается шаг индукции в предположении существования вершины степени не выше 5, или решение опирается на утверждение о существование вершины степени не выше 5: 0 *баллов.*
- Определение понятия критического множества, база индукции, утверждения о том, что в критическом графе не меньше 13 рёбер и подобные технические действия сами по себе: 0 *баллов.*
- Начата работа с пересечением и объединением критических множеств без доказательства леммы и дальнейших продвижений: 0 *баллов.*

8 задача

В тексте использованы обозначения авторского решения.

- Не доведённый до конца координатный (векторный, тригонометрический, комплексный) счёт — 0 *баллов.*
- Построен вспомогательный параллелограмм $BC'B'C$ и задаче сведена к доказательству параллельности $B'C$ и A_0K' — 1 *балл.*
- Задача сведена к доказательству того, что точки A_0, K', N лежат на одной прямой — 1 *балл.*
- Доказана лемма о том, что вписанные (или вневписанные) окружности треугольников ABC и A_0BC касаются BC в одной и той же точке — 2 *балла.*
- Упомянутые выше баллы могут суммироваться.